

## Домашнее задание к занятию 7.

Пожалуйста, присылайте решения задач из домашнего задания на почту [info@oxbridge.ru](mailto:info@oxbridge.ru) (в копию ставьте, пожалуйста, [masha.sham1@vandex.ru](mailto:masha.sham1@vandex.ru)) до четверга 23.11.23 включительно. В теме письма укажите, пожалуйста, фамилию и имя, номер группы (М-3), название предмета.

Тема занятия «Инварианты». Решение задач строится на поиске величины, которая не изменяется в ходе операций, выполняемых в задаче.

1. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
2. Дана шахматная доска. Разрешается перекрашивать в другой цвет сразу все клетки, расположенные внутри квадрата размером  $2 \times 2$ . Может ли при этом на доске остаться ровно одна черная клетка?
3. Старик Хоттабыч может совершить чудо, вырвав из своей волшебной бороды волос. При этом на месте двух вырванных волос вырастет один новый. Сколько чудес может совершить старик Хоттабыч, если первоначально в его бороде 2023 волоса?
4. На столе лежит куча из 637 ракушек. Из неё убирают одну ракушку и кучу делят на две (не обязательно поровну). Затем из какой-нибудь кучи, содержащей больше одной ракушки, снова убирают одну ракушку и снова кучу делят на две. И так далее. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучи, состоящие из трёх ракушек?
5. В Эрмитаже есть 2 лестницы: высота первой 13 м, а ее длина (по горизонтали) – 20 м, у второй соответственно 11 м и 22 м. На первой лестнице ступенек вдвое меньше, чем на второй. Обе лестницы покрыты ковровыми дорожками. Какая из дорожек длиннее?