

# КРУЖОК ПО МАТЕМАТИКЕ. ЗАНЯТИЕ 7.

# Казнь врасплох

За кражу каравая хлеба визирь приговорил Абдула Касима к смертной казни через повешение.

Визирь давно собирался казнить Абдула и воспользовался сущей безделицей просто как предлогом. Правда, к великой досаде визиря, по закону осужденный на смертную казнь мог в последнюю минуту обратиться к султану с просьбой о помиловании. Воззвать к милосердию владыки преступник мог только в день казни.

Не сомневаясь в том, что султан ибн-аль-Каз, узнав о смертном приговоре Абдулу, непременно отменит его, визирь придумал хитроумную уловку, позволявшую (как ему казалось) обойти закон и избежать обращения осужденного к султану с просьбой о помиловании. В присутствии Абдула визирь сообщил начальнику тюрьмы, что тому предстоит в течение недели привести в исполнение смертный приговор, но не назначил точную дату казни, ограничившись указанием, что повесить Абдула надлежит в течение недели, но в такой день, который застал бы его врасплох (чтобы Абдул не мог заранее знать, что его должны повесить именно в этот день).

— Каждое утро ты будешь приносить Абдулу его завтрак, — продолжал визирь наставляя начальника тюрьмы в присутствии осужденного. — Как я уже сказал, день казни тебе надлежит выбрать так, чтобы для Абдула он оказался совершенно неожиданным. Помни, что если ты принесешь Абдулу завтрак в день, который назначен тобой для казни, и Абдул встретит тебя заявлением, что знает о предстоящей в тот день казни и представит разумные доводы, объясняющие, как ему удалось установить день казни, то по закону ты должен немедленно передать султану прошение Абдула о помиловании. Если же в день казни ты принесешь Абдулу завтрак, а он промолчит или не сможет разумно объяснить, почему он считает, что его должны казнить именно в тот

день, то Абдул лишается права на обжалование приговора, и ты можешь повесить его в тот же день в полдень.

Визирь отбыл к себе, а Абдул и начальник тюрьмы (разумеется, каждый в отдельности — Абдул в камере смертников, а начальник тюрьмы в своем рабочем кабинете) принялись ломать голову над наиболее вероятным днем казни. Для начальника тюрьмы проблема осложнялась еще и тем, что день казни ему необходимо было определить заранее, чтобы успеть распорядиться о необходимых приготовлениях.

О гнусном плане визиря, практически лишавшем Абдула права на подачу прошения о помиловании из-за неожиданности дня казни, прослышал юный принц, который поведал о нем отцу. Султан вызвал начальника тюрьмы.

— Дошло до меня, — сказал султан, — что визирь приговорил Абдула к повешенью и что приговор составлен так, что лишает Абдула возможности подать прошение о помиловании, которая предусмотрена законом. Так ли это?

— Так, о великий султан, — признал начальник тюрьмы, — но поверь, я не имею к вынесению приговора никакого отношения. Более того, Абдул мне очень симпатичен, и я был бы счастлив сделать все, что в моих силах, чтобы помочь ему, но, как ты понимаешь, руки мои связаны.

— Я вижу, — заметил султан, — ты человек весьма ученый.

— О нет, великий султан. Мне случалось читать сочинения мудрецов и я очень люблю логику, в которой они так сильны, но я лишь в меру своего слабого разума пытаюсь постичь смысл их теорий и еще очень многого не знаю.

— Самое интересное у тебя еще впереди, — заверил султан начальника тюрьмы. — А известен ли тебе принцип конечной индукции?

— Известен, о великий султан.

— Прекрасно, но оставим его на миг и вернемся к несчастному Абдулу. Выбрал ли ты день казни?

— Пока еще не выбрал. Продолжаю размышлять над тем, как это можно было бы сделать лучше всего.

— Насколько я понимаю, — продолжал султан, — ты можешь повесить Абдула только в один из дней назначенной визирем недели — от воскресенья до воскресенья. Вот мне и хотелось бы узнать, можешь ли ты отложить казнь Абдула на последний день недели, т. е. повесить его в субботу?

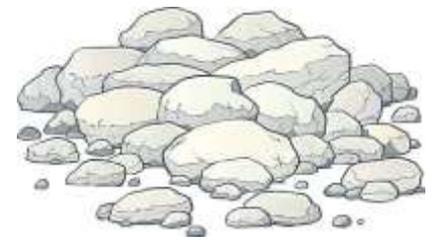
# Разбор ДЗ

- На отрезок  $[0;1]$  наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что она попадёт в промежуток  $[0,2; 0,7]$ ?
- В треугольник со сторонами  $a=9$ ,  $b=13$ ;  $c=16$  вписан круг. Точка  $M$  произвольно ставится в треугольник. Найти вероятность того, что точка попадёт в круг.

# Инварианты

- 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
- На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке, и каждая либо снимает, либо вешает ровно один платок. Может ли после ухода девочек на вешалке остаться 10 платков?

# Инварианты



- Из стакана молока три ложки содержимого переливают в стакан с чаем и небрежно помешивают. Затем зачерпывают три ложки полученной смеси и переливают их обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: чая в стакане с молоком или молока в стакане с чаем?
- На столе лежат две кучки камней: в первой кучке 10 камней, а во второй - 15. За ход разрешается разделить любую кучку на две меньшие. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Может ли выиграть второй игрок?

# Инварианты

- Шоколадка имеет размер  $4 \times 10$  плиток. За один ход разрешается разломать один из уже имеющихся кусочков на два вдоль прямолинейного разлома. За какое наименьшее число ходов можно разбить всю шоколадку на кусочки размером в одну плитку?
- На доске написано 10 плюсов и 15 минусов. Разрешается стереть любые два знака и написать вместо них плюс, если они одинаковы, и минус в противном случае. Какой знак останется на доске после выполнения 24 таких операций?



# Инварианты

- Разменный автомат меняет одну монету на пять других. Можно ли с его помощью разменять металлический рубль на 26 монет?



**Спасибо за внимание!**

