

Теория Вероятностей

Раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции с ними

Подсчёт вероятности

1. В игре бросают кубик. Определите вероятность того, что:
 - a. выпадет 6
 - b. выпадет чётное число
 - c. выпадет число не больше трёх
2. В игре бросают пару кубиков. Определите вероятность того, что
 - a. результаты бросков равны
 - b. сумма результатов равна 7
 - c. сумма результатов не меньше 11
3. Маша идёт на день рождения, где будет десять ребят и десять девочек (включая Машу). Они садятся за круглый стол в случайном порядке. Какова вероятность, что справа от Маши будет сидеть мальчик? Что оба её соседа будут мальчиками?
4. В группе 12 человек, среди которых 8 отличников. Наудачу вызваны 9 учеников из группы. Найдите вероятность того, что среди вызванных учеников 5 отличников.

Подсчёт вероятности

1. Куб, все грани которого окрашены, распилили на 27 маленьких равных кубиков и сложили в мешок. С какой вероятностью вытянутый случайным образом кубик окажется окрашен ровно с одной стороны?
2. Посчитать вероятность того, что в классе из 22 человек найдутся двое, родившиеся в один день.
3. Есть монетка с вероятностью выпадения орла p . Как с помощью такой монетки сделать равновероятный выбор из двух вариантов?
4. Имеется две урны. В одной из них находится шар, о котором известно, что он либо белый, либо черный. В другой урне находятся 1 белый и 2 черных шара. В первую урну кладут белый шар, после чего её хорошенько встряхивают и извлекают из нее один шар, который оказывается белым. Как следует действовать, чтобы вероятность извлечь белый шар после проделанных операций была наибольшей: тащить шар, не зная, из какой урны мы его извлекаем, или сначала пересыпать содержимое одной урны в другую и лишь затем тащить шар?

Формула Байеса

1. В урне находятся две монеты: А – симметричная монета с вероятностью герба Г, равной 0.5, а В – несимметричная монета вероятностью герба Г $1/3$. Наудачу вынимается и подбрасывается одна из монет. Предположим, выпал герб. Какая вероятность того, что вынутая монета симметрична?
2. Электролампы изготавливаются на трех заводах. 1-й завод производит 30% общего количества ламп, 2-й – 55%, а 3-й – остальную часть. Продукция 1-го завода содержит 1% бракованных ламп, 2-го – 1,5%, 3-го – 2%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Купленная лампа оказалась с браком. Какова вероятность того, что она произведена 2-м заводом?

Формула Байеса

1. Имеются три урны с шарами. В первой урне 4 белых и 5 черных, во второй – 5 белых и 4 черных, в третьей – 6 белых шаров. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что:
 - a. этот шар окажется белым
 - b. белый шар вынут из второй урны.
2. Представьте, что вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трех дверей. За одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими дверями — козы. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где — козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2. Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор?

Парадоксы

1. Мэрвин кончает работу в случайное время между 15 и 17 часами. Его мать и его невеста живут в противоположных частях города. Мэрвин садится в первый подошедший к платформе поезд, идущий в любом направлении, и обедает с той из дам, к которой приедет. Мать Мэрвина жалуется на то, что он редко у нее бывает, но юноша утверждает, что его шансы обедать с ней и с невестой равны. Мэрвин обедал с матерью дважды в течение 20 рабочих дней. Объясните это явление.
2. Парадокс Бертрана. Рассмотрим равносторонний треугольник, вписанный в окружность. Какова вероятность того, что случайно проведённая хорда больше стороны треугольника?

Непрерывные сюжеты

1. На паркет, составленный из правильных шестиугольников со стороной a , бросают монету радиуса r . Какова вероятность того, что монета целиком попадёт внутрь одного из шестиугольников?
2. На бесконечной плоскости случайным образом выбраны три точки. Найти вероятность того, что они являются вершинами тупоугольного треугольника.

One more thing

1. Гамов, Стерн, Занимательная математика – сюжет “Хлебный рацион”